Babylonisk matematik

När började matematiken?

Vi har inget direkt svar på detta, men man har hittat en Vargbenpipa från 8000 f.Kr med en inskription som antyder att man räknade någonting.

Det finns ~~[illegible]~~ ~~i~~nget land som heter Babylonien, utan man brukar ~~[illegible]~~ mena Mesopotamien (landet mellan floderna Eufrat och Tigris). Däremot städer:

- Babylon
- Ur
- Nippur
- Susa
- Orak

$\Big\}$ Gamla städer.

Man pratar ofta om två perioder där matematiken växte fram:

- 2000 f.Kr. (Akkadiska)
- 600 f.Kr - 300 e.Kr (Persisk/grek).

Hur har man då fått reda på vad man gjorde för sorts matematik på den tiden?
Jo, man gjorde inskriptioner på små lertavlor med så kallad kilskrift.
Även fast det var många folkslag (sumerer, akkadier, perser, m.m.) som rörde sig i området så hade matematiken ~~ett~~ kontinuerlig utveckling.

Matematikens användning:

På den tiden så var det mer vardagsmatematik som användes

- Handeln: Längd, vikt, ränta, växling
- Kanalprojekt: Förrådsvolymer.
  & dammprojekt
- Astronomi: planetperioder (Assyrierna)

För att kunna kommunicera matematiskt så var man tvungen till ett skriftspråk och någon form av talsystem.

- De hade bas 60 (skiljer sig mot våran bas 10)
  - Var svårt att multiplicera. (gjorde tabeller)
- De använde sig av ett positionssystem, dvs siffrans värde bestäms av den position.

  Ex: 10, 1ϕ0
- Man hade ej tecken för varje tal upp till basen (Vi har ju 1–9)
- Man saknade decimaltecken
- Det fanns inga negativa tal.
- Man saknade tom plats i slutet av tal:

  Ex: $2 = 2 \cdot 60 = 2 \cdot 60^2 = \ldots$ (Någon form av modulo-räkning kanske)

Ex:

$𒁹 = 1, 60, 60^2, \ldots, 60^{-1}, 60^{-2}, \ldots$

$𒌋 = 10$

Olika varianter för

$𒌋𒌋𒁹𒁹𒁹 = 23, \quad 20 \cdot 60 + 3 = 1203, \quad 23 \cdot 60,$

$20 + \frac{3}{60}, \ldots$

Svårt att förstå! Mångtydigt!

Hur multiplicerade man då?

Ex:

Multiplikationstabell för 15:

$1 \to 15$

$2 \to 30$

$3 \to 45$

$4 \to 1$

$5 \to 1\ 15$ (observera mellanrummet)

$6 \to 1\ 30$

$\vdots$

$19 \to 4\ 45$

$20 \to 5$

$30 \to 7\ 30$

$40 \to 10$

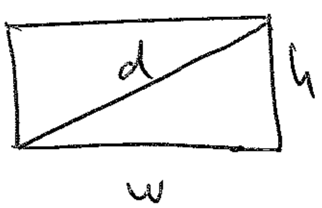
$50 \to 12\ 30$

Q: Varför hade man inte med 21–29, 31–39, 41–49 och 51–59 i multiplikationstabeller? Hur beräknade de t.ex 29?

Svar: Jo, eftersom man använde sig av distributiv lag.
$29 \cdot 15 = (20+9) \cdot 15 = 20 \cdot 15 + 9 \cdot 15$
$= 5 + 2\ 15$
$= 7\ 15.$

Imponerande nog så kunde man räkna med kvadratrötter (t.o.m kubikrötter).

Ex:
Låt h och w vara höjden respektive bredden i en rektangel. Vad blir då diagonalen d?



$\Rightarrow d = \sqrt{h^2 + w^2}$

Babylonierna lyckades approximera diagonalen d till $\approx h + \frac{w^2}{2h}$.

Hur bra är denna approximation:

Kom ihåg att Taylorutvecklingen för $\sqrt{1+x^2}$ är

$$\sqrt{1+x^2} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + O(x^6)$$

Enligt pythagoras sats så vet vi att

$$d = \sqrt{h^2+w^2} = h\sqrt{1+\frac{w^2}{h^2}} \approx h\left(1 + \frac{w^2}{2h^2} - \frac{w^4}{8h^4} + O(x^6)\right)$$

Om vi tar med endast två termer i utvecklingen så får vi Babyloniernas approximation $h + \frac{w^2}{2h}$

Hur gjorde de för att approximera kvadratrötter?

De hade en algoritm: ($\sqrt{x}$)

1) Gissa en lösning, säg y.
2) Hitta z så att $y \cdot z = x$
3) Bilda medelvärdet $yz = \frac{y+z}{2} = m$.
4) Använd $y = m$ i 1), och fortsätt.

Vad kunde babylonierna:

- Lösa andragradsekvationer
- Lösa ekvationssystem (mest linjära och kvadratiska)
- Hitta kvadratiska/kubiska rötter.
- Geometriska serier $\left(\sum_{k=0}^{n-1} ar^k ; r \neq 1\right)$
- Pythagoreiska triplar (Lertavla Plimpton 322)
  - Fanns väldigt många triplar, så de måste ha haft en metod för att hitta triplar.
- De transformerade geometriska problem till algebraiska problem.
- Trianglar (Area, likformighet, kunde pythagoras sats).
- Cirkelns area med hjälp av $\pi = 3$.
- Delade in cirkeln i 360 enheter.